



## BIVARIJABILNA STATISTIKA GUSTINE GROMA I GARANTOVANOG KVALITETA USLUGE U DISTRIBUTIVNOJ MREŽI PRIMENOM GAUSOVE KOPULE

### BIVARIABLE STATISTICS ON LIGHTNING DENSITY AND GUARANTEED SERVICE QUALITY IN DISTRIBUTION NETWORK USING GAUSSIAN COPULA

Aleksandar JANJIĆ, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet, Niš, Srbija,  
Lazar VELIMIROVIĆ, Matematički institut Srpske akademije nauka i umetnosti, Beograd, Srbija

#### KRATAK SADRŽAJ

Da bi pravilno postavio garantovani kvalitet usluge za različite operatere distributivnog sistema (ODS), regulator mora da utvrdi uticaj ekstremnih događaja na godišnje indekse pouzdanosti i da predvidi pouzdanost ovih događaja. U ovom radu je utvrđena prostorna korelacija atmosferskih pražnjenja i godišnjih indeksa pouzdanosti za različite ODS. Korelacija se izračunava korišćenjem globalne godišnje pouzdanosti i podataka o udarima groma agregiranih iz pojedinačnih ODS-a. Metodologija je testirana na realnim operativnim podacima za period od 7 godina iz 27 delova Elektrodistribucije Srbije.

**Ključne reči:** Kvalitet usluge, Gausova kopula, Deregulacija, Pouzdanost elektroenergetskog sistema

#### ABSTRACT

In order to properly set the guaranteed quality of service for different distribution system operators (DSOs), the regulator must determine the impact of extreme events on annual reliability indices and predict the reliability of these events. In this paper, the spatial correlation of atmospheric monitoring and annual reliability indices for different DSOs was determined. The correlation is calculated using global annual reliability and lightning strike data aggregated from individual DSOs. The methodology was tested on real operational data for a period of 7 years from 27 parts of Elektrodistribucija Srbije.

**Keywords:** Service quality, Gaussian copula, Deregulation, Power system reliability

[Aleksandar.janjic@elfak.ni.ac.rs](mailto:Aleksandar.janjic@elfak.ni.ac.rs)

#### 1. UVOD

Uticaj atmosferskih pražnjenja na pouzdanost distributivne mreže je opširno istražen poslednjih godina, a rezultati istraživanja se mogu široko grupisati u dve kategorije:

- »ex post« analiza uzroka ispada i otkrivanje atmosferskog pražnjenja kao izvora kvara
- predviđanje ispada u vezi sa atmosferskim pražnjenjem

Prva grupa je posvećena „ex post“ analizi pojedinačnih uzroka kvara, kao u [1] i [2]. Analizom električnih karakteristika sistema, istorijskih podataka o prekidima i praćenjem aktivnosti groma u oblasti neposredno nakon prekida, ODS su u stanju da identifikuju i razlikuju ispade u vezi sa gromovima od drugih uzroka. Druga grupa istraživanja bavi se predviđanjem mogućeg broja kvarova tokom grmljavine. Kratkoročno, ovo predviđanje se zasniva na korelaciji gustine groma, različitih meteoroloških parametara i broja ispada u mreži. Metodologije se često zasnivaju na statističkim alatima, kao u [3], gde je korišćen pristup mašinskog učenja bez nadzora i klasifikacioni algoritam. Predviđanje kvara zasnovano na velikom broju meteoroloških prediktorskih varijabli je korišćeno u [4], a Fuzzi logički pristup prediktivnoj analizi rizika u upravljanju ispadom distribucije je korišćen u [5].

U ovom radu je prikazana nova metodologija za predviđanje finansijskog rizika za plaćanje kazni usled pogoršanja pouzdanosti, uzimajući u obzir udeo ekstremnih vremenskih pojava. Kazne se mogu javiti ako ODS premaši garantovani nivo pouzdanosti, ali doprinos ove metodologije je da se indeksi pouzdanosti mogu proceniti na godišnjem nivou, uključujući ili isključujući uticaj gromobranskih aktivnosti. Metodologija pruža analitičku metodu za konstruisanje bivarijabilne funkcije raspodele sa datim marginalnim distribucijama i koeficijentom korelacije. Uveden je pogodan matematički alat, nazvan kopula, za povezivanje dve funkcije distribucije sa bilo kojom propisanom strukturom zavisnosti. Korelacija indeksa pouzdanosti i gustine groma utvrđuje se primenom Gausove kopule, dajući rezultat u vidu bivarijabilne distribucije verovatnoće indeksa pouzdanosti (SAIFI, SAIDI) i faktora uticaja (gustine groma) počevši od marginalnih distribucija verovatnoće pojedinačnih faktora. Nakon distribucije moguće je izračunati rizik od nepostizanja garantovanog kvaliteta usluge za svaki pojedinačni ODS pod uslovom da gromobranska aktivnost ne pređe traženi nivo. Metodologija je testirana na realnim operativnim podacima za period od 7 godina iz 27 ogranaka Elektrodistribucije Srbije.

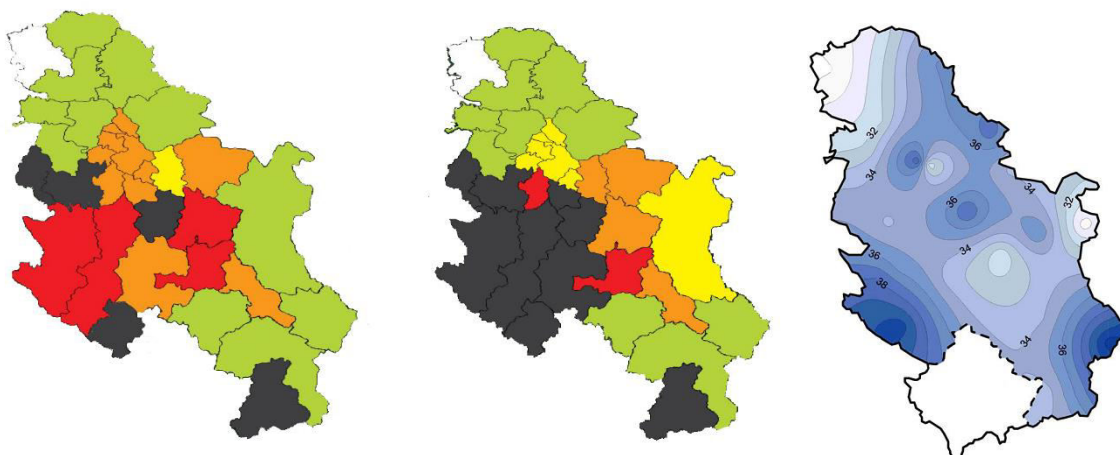
## 2. METODOLOGIJA

Mnoga istraživanja i dosadašnja praksa su dokazali da će svaki udar groma u nadzemni vod srednjeg napona bez zaštitnog užeta izazvati preskok izolacije na najbliži fazni provodnik. Broj ispada voda usled atmosferskog prenapona zavisi od prosečne visine provodnika zbog privlačnog efekta nadzemnog voda. Najprihvaćeniji model udara groma u dalekovode na otvorenom terenu je Eriksonov model [6], sa brojem direktnih udara po kilometru voda za koje se predviđa da će pogoditi nadzemni distributivni vod empirijski definisan kao (1).

$$\lambda_d = 0.001N_g(b + 28H^{0.6})(1 - SF) \quad (1)$$

gde je  $N_g$  broj udara groma po  $\text{km}^2$ ,  $b$  je rastojanje u metrima između provodnika sa najvećim horizontalnim razmakom,  $H$  je prosek visina zaštitnog užeta ili najvišeg provodnika,  $i$  dat je u metrima, a  $SF$  je faktor ekranizovanja [7]. Vod koja ima savršenu zaštitu ima vrednost jednaku 1,0, dok 0 označava da vod nije ekranizovan (zaštićen).

Eriksonova jednačina je pogodna za predviđanje kvarova za pojedinačne vodove, ali pronalaženje korelacije između indeksa pouzdanosti i gustine groma za šire područje ili kompletan ODS je daleko složeniji zadatak. Ilustracije radi, prostorna distribucija sedmogodišnjih prosečnih SAIFI i SAIDI (od 2012. do 2018.) za 27 ogranaka Elektrodistribucije Srbije prikazana je na slici 1 (crna oblast sa SAIDI > 240min, SAIFI > 5 i bela oblast sa SAIDI < 60min).



**Slika 1** SAIFI (levo), SAIDI (u sredini) i izokeraunička karta (desno)

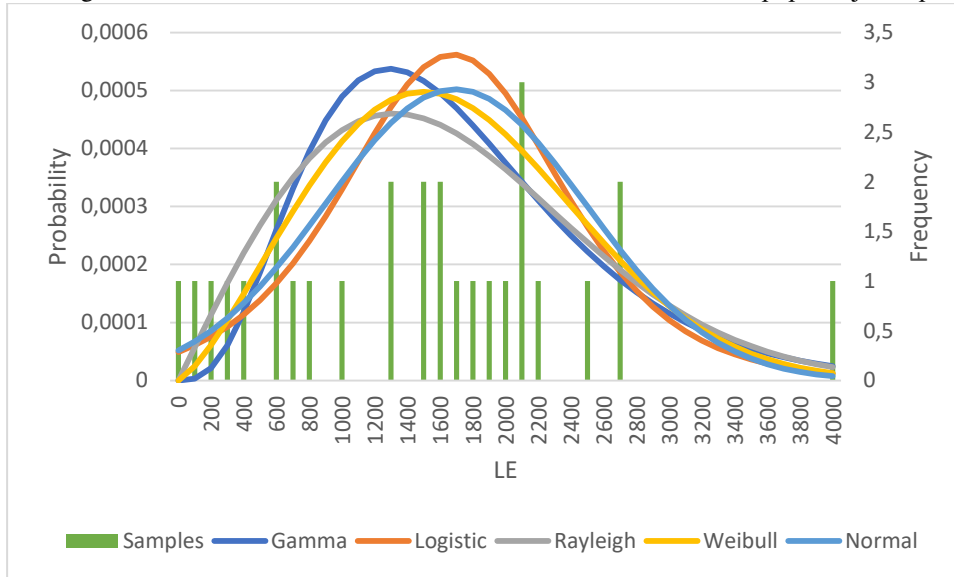
Upoređujući ove distribucije sa mapom izokerauničkih nivoa, vidljivo je da se oblasti sa najvećim nivoom gustine groma poklapaju sa lošijim indeksima pouzdanosti, ali ne za sve oblasti. Jedan od razloga je što jednačina (1) modeluje vodove na otvorenom terenu, ali izloženi vodovi privlače i više udara groma. Karakteristike vodova i koridora nisu homogene i snažno zavise od geografije. Pretpostavimo da je gustina groma analitička funkcija, označena sa  $N_g$ . Predviđeni broj direktnih udara je dat sa (2).

$$\lambda_d(N_g) = \frac{b + 28H^{0.6}}{1000} \int_0^L N_g dl \quad (2)$$

Za nadzemne vodove sličnih karakteristika, b i H se mogu tretirati kao konstante, a drugi deo predstavlja izloženost linije udarima groma, označenu sa LE izraženo u km/km<sup>2</sup>

$$\lambda_d(N_g) = K \cdot LE \quad (3)$$

Prostorna distribucija LE za 27 ogranaka ODS-a u proseku za 7 godina je predstavljena na slici 2. Diskretna distribucija uzorka (označena kao „Samples“ na slici 2) može se lako uklopiti sa odgovarajućom kontinuiranom analitičkom distribucijom. Brojne statističke tehnike se mogu koristiti za procenu parametara za distribuciju, kao što je tehnika procene maksimalne verovatnoće (MLE), koja se koristi u ovom radu, gde se biraju parametri koji minimiziraju negativnu logaritamsku verovatnoću. Pet mogućih funkcija distribucije je predstavljeno na slici 2, a Kolmogorov-Smirnov test se koristi da se odluči da li uzorak dolazi iz populacije sa specifičnom distribucijom.



**Slika 2.** Raspedela distribucije verovatnoće izloženosti (LE)

Pretpostavimo da je  $f_{12}(x,y)$  zajednička verovatnoća indeksa pouzdanosti i ukupne izloženosti voda (proizvod  $N_g$  i ukupne dužine nadzemnih vodova  $l$ ) poznata. Bonus/kazna koji odgovara bilo kom SAIFI-ju se lako određuje. Označimo RPS funkciju linearne mrtve zone sa RPS(k), gde k odgovara praćenom indeksu pouzdanosti

$$Penalty = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} RPS(x) \cdot f_{12}(x, y) \cdot dx \cdot dy \quad (4)$$

Ilustracije radi, rizik da vrednost SAIFI padne u region između 5 i 10, pod uslovom da izloženost voda ne prelazi nivo od LE=1000 (1/km) dat je izrazom (5).

$$Penalty = \int_{SAIFI=5}^{SAIFI=10} \int_{LE=0}^{LE=1000} RPS(SAIFI) \cdot f_{12}(SAIFI, LE) \cdot dSAIFI \cdot dLE \quad (5)$$

Zajednička distribucija i indeksa pouzdanosti i ekspozicije linije biće konstruisana korišćenjem kopula, objašnjenih u [8].

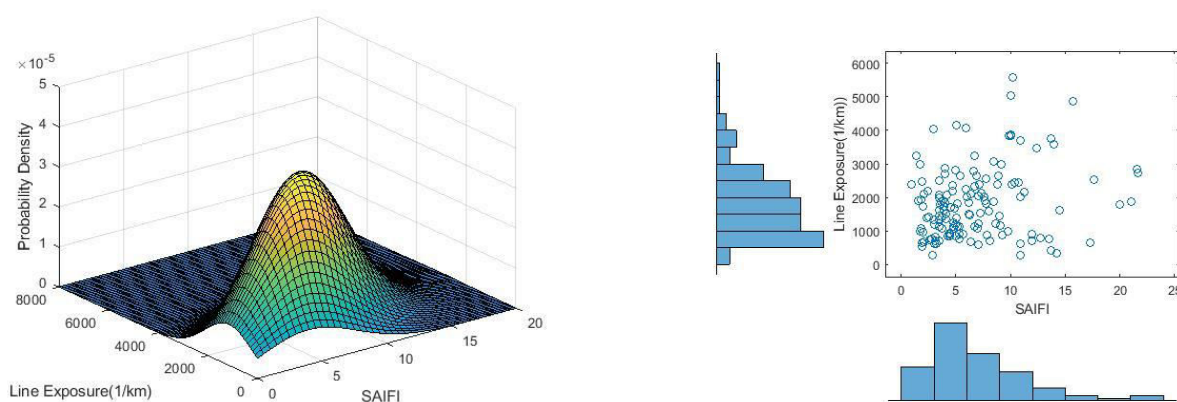
### 3. REZULTATI

Metodologija je primenjena na realne podatke iz 27 ogranaka EDS. Posmatran je period od 5 godina (od 2014. do 2018.) i dobijena je gustina udara sa rezolucijom 5 km x 5 km, sa SCALAR sistemom za praćenje munje. Pretpostavljeno je da postoji kaznena funkcija RPS uvedena od strane regulatora, sa maksimalnim brojem poena za SAIFI i SAIDI postavljenim na 1,5 prosečne istorijske vrednosti ogranka (RCPSAIFI=1,5 SAIFI<sub>ai</sub>; RCPSAIDI=1,5 SAIDI<sub>ai</sub>). Nakon toga, određuju se marginalne distribucije SAIFI i SAIDI. Oba indeksa prate

Gama distribuciju verovatnoće, sa parametrima  $a=2,68$ ,  $b =2,52$  za SAIFI i  $a = 1,94$ ,  $b = 133$  za SAIDI distribuciju.

$$f(x) = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\frac{x}{b}} \quad (6)$$

U koraku 4, bivarijabilna raspodela se modeluje sa Gausovom kopulom za oba indeksa, prema proceduri objašnjenj u [8]. Rezultati su prikazani grafički, na slici 3. Na slici 3a, prikazan je empirijski histogram 7-godišnjih SAIFI vrednosti za 27 ogranaka. Slika 3b daje dijagram rasejanja empirijskih podataka. Nakon određivanja linearne korelacione matrice, sa  $r = 0,34$ , bivarijabilna normalna raspodela je izračunata i prikazana na slici 3c, dok je dijagram disperzije za ovu distribuciju dat na slici 3d. Isti postupak se radi i za SAIDI indeks.



Levo – Gausova raspodela

desno – „Scatter“ dijagram za Gausovu raspodelu

**Slika 3.** Bivarijabilna raspodela verovatnoće SAIFI i LE

Rizik se računa u završnom koraku algoritma. Rizik od kazne za prekoračenje 50% prosečnog SAIFI-a za  $i$ -ti ogranak, bez uzimanja u obzir zavisnosti udara groma, označava se kao  $SAIFIMRP_i$  i izračunava pomoću (7). Rizik od kazne za prekoračenje 50% prosečnog SAIDI-a za  $i$ -ti ogranak se označava kao  $SAIDIMRP_i$  i izračunava korišćenjem (8).

$$SAIFIMRP_i = \int_{1,5 \cdot SAIFI_{ai}}^{\infty} f(SAIFI) dSAIFI \quad (7)$$

$$SAIDIMRP_i = \int_{1,5 \cdot SAIDI_{ai}}^{\infty} f(SAIDI) dSAIDI \quad (8)$$

Koristeći dobijenu bivarijabilnu raspodelu Gausove kopule, sada se izračunavaju iste vrednosti koje su prethodno izračunate pod uslovom da godišnja izloženost voda  $LE_i$  ne prelazi prosečnu godišnju vrednost  $LE_{ai}$ . Rizici za SAIFI i SAIDI su označeni sa  $SAIFIRP_i$  i  $SAIDIRP_i$  i izračunati koristeći (9) i (10) respektivno.

$$SAIFIRP_i = \int_{1,5 \cdot SAIFI_{ai}}^{\infty} \int_0^{LE_{ai}} \Phi_{SAIFI}(SAIFI, LE) \cdot dSAIFI \cdot dLE \quad (9)$$

$$SAIDIRP_i = \int_{1,5 \cdot SAIDI_{ai}}^{\infty} \int_0^{LE_{ai}} \Phi_{SAIDI}(SAIDI, LE) \cdot dSAIDI \cdot dLE \quad (10)$$

Konačni rezultati prikazani su u tabeli 1.

**Tabela 1** Procenjeni rizik za 5 ogranaka

	SAIFI	LE (km <sup>2</sup> /km)	SAIFIRP	SAIFIMRP	SAIDI (min)	SAIDIRP	SAIDIMRP
1	3.573333	786	0.050805	0.373082	338	0.002879	0.040299
2	19.86667	2066	2.88E-10	1.81E-08	426	0.005018	0.022305
3	6.406667	1463	0.0437	0.239511	287.3333	0.029019	0.178561
4	8.386667	1131	0.0053	0.064913	173.3333	0.068807	0.442591
5	3.473333	1457	0.163355	0.606881	280.6667	0.031824	0.192531

Prosečne vrednosti SAIFI, SAIDI i LE za svaki ogranak date su u kolonama 2, 6 i 3, respektivno. Evidentno je da će granična verovatnoća prekoračenja tražene vrednosti pouzdanosti uvek biti veća od uslovne verovatnoće da izloženost ne pređe određene vrednosti. Štaviše, odnos ove dve vrednosti zavisi od prosečnih SAIFI i SAIDI. Sa povećanjem prosečnog SAIFI, raste i udeo marginalne verovatnoće. Drugim rečima, za ODS sa veoma lošim parametrima pouzdanosti, uzrok ovih loših performansi ne leži u ekstremnim događajima, i sredstva za poboljšanje pouzdanosti treba pronaći negde drugde.

## ZAKLJUČAK

U ovom radu se utvrđuje uticaj i korelacija oluja sa grmljavinom i godišnjim indeksima pouzdanosti u široj distributivnoj mreži, korišćenjem podataka o munjama agregiranih iz pojedinih regiona ODS-a. Pokazano je da se zavisnost između slučajnih varijabli može modelovati kopulama, vraćajući zajedničku verovatnoću indeksa kao funkciju marginalnih verovatnoća svakog indeksa pouzdanosti. Koristeći Kolmogorov-Smirnov test, pokazano je da Gausova kopula daje najbolje rezultate u modeliranju zavisnosti između SAIFI, SAIDI i ukupne izloženosti voda atmosferskim pražnjenjima. Ova metodologija utvrđuje rizik od nepostizanja garantovanog kvaliteta usluge za svaki pojedinačni ODS uključujući ili isključujući ekstremne vremenske uslove i oluje sa grmljavinom.

Rezultati dobijeni iz realnih istorijskih podataka pokazuju da je granična verovatnoća prekoračenja tražene vrednosti pouzdanosti uvek veća od uslovne verovatnoće da izloženost atmosferskim pražnjenjima ne pređe određene vrednosti. Sa povećanjem prosečnog SAIFI, povećava se udeo marginalne verovatnoće. Drugim rečima, za ODS sa veoma lošim parametrima pouzdanosti, uzrok ovih loših performansi ne leži u ekstremnim događajima, i sredstva za poboljšanje pouzdanosti treba pronaći negde drugde.

## ZAHVALNICA

Ovaj rad je objavljen uz podršku Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Matematičkom inisutitu Srpske akademije nauka i umetnosti.

## LITERATURA

- [1] L. Xu, M.-Y. Chow, and L. S. Taylor, "Power distribution fault cause identification with imbalanced data using the data mining-based fuzzy classification e-algorithm," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 1, pp. 164–171, Feb. 2007.
- [2] L. Xu, M.-Y. Chow, J. Timmis, and L. S. Taylor, "Power distribution outage cause identification with imbalanced data using artificial immune recognition system (AIRS) algorithm," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 1, pp. 198–204, Feb. 2007
- [3] M. Doostan and B. Chowdhury, "Predicting Lightning-Related Outages in Power Distribution Systems: A Statistical Approach," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 84541-84550, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2991923.
- [4] D. Cerrai et al., "Predicting Storm Outages Through New Representations of Weather and Vegetation," in *IEEE Access*, vol. 7, pp. 29639-29654, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2902558.
- [5] P.-C. Chen and M. Kezunovic, "Fuzzy logic approach to predictive risk analysis in distribution outage management," *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 7, no. 6, pp. 2827–2836, Nov. 2016.
- [6] A. J. Eriksson, "An Improved Electrogeometric Model for Transmission Line Shielding Analysis," in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 2, no. 3, pp. 871-886, July 1987, doi: 10.1109/TPWRD.1987.4308192
- [7] N. Baliyepalli, S. S. Venkata, C. W. Richter, R. D. Christie and V. J. Longo, "Distribution system reliability assessment due to lightning storms," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 3, pp. 2153-2159, July 2005, doi: 10.1109/TPWRD.2005.848724

[8] A. Janjić, L.Velimirović , Bivariate statistics of lightning density and guaranteed quality of service in distribution network using copulas, Electric Power Systems Research, Volume , 194, 2021.